LEZIONE # 4

- PRECISIONE

Sul finire degli anni '90 l'approccio operativo alle misure, facendo seguito alla enorme diffusione della strumentazione elettronica e digitale, ha voluto sostituire alla parola ***precisione*** quella di ***accuratezza***. Ciò non di meno, in questa sede si continuerà a fare riferimento al termine precisione, così come ci viene tramandato dall'approccio classico, ovvero quello basato su considerazioni teoriche attorno al *valore vero*. Sebbene per rappresentare la terza e fondamentale qualità metrologica i costruttori di strumenti usano quasi sempre la parola *accuratezza*, mentre in termini legali è richiesto l'impiego della ***riferibilità***, in termini didattici si ritiene il termine *precisione* molto ben descrittivo dei fenomeni fisici coinvolti. Inoltre, negli ultimissimi anni, negli ambiti metrologici nazionali e internazionali la parola *precisione* è stata nuovamente presa in considerazione ed è attualmente in corso la riflessione su una sua possibile "riabilitazione operativa". Infine, occorre riconoscere che, in tutti quegli ambiti tecnici e professionali dove le misure sono di casa, essa non è mai stata completamente abbandonata.

La precisione è l'attitudine dello strumento a fornire il ***valore vero*** della grandezza misurata. Da questa definizione apparirebbe quindi che, in qualche modo, sia possibile arrivare a conoscere il valore vero di una misura. Purtroppo, come si vedrà più avanti, ciò presuppone la possibilità teorica di *acquisire una quantità infinita di informazione*.

Al fine di quantificare la precisione, si può cominciare definendo l'***errore*** $\rightarrow \varepsilon = | a_{misurato} - a_{vero} |$ come "distanza" tra il valore della misura e il valore vero, per cui quanto più l'errore è piccolo tanto più lo strumento è preciso. Ma nel settore delle misure alla parola *errore* è preferibile sostituire quella di ***incertezza*** "ε_a", in quanto gli errori che si compiono, intesi come scostamenti dal valor vero, sono spesso *involontari* e *non immediatamente quantificabili* quindi, non sempre dipendenti dall'imperizia o dalla volontà dell'operatore. Ciò non di meno, chiarito il corretto significato dei termini, anche in questo caso, nella pratica applicativa si continua ad utilizzare ambedue le parole con lo stesso significato. Dal punto di vista operativo, uno dei modi più chiari ed immediati per esprimere l'incertezza si ha attraverso ***l'errore relativo***, espresso in percentuale (%) :

$$\varepsilon(\%) = \frac{a - a_v}{a} \times 100$$

esempio: è in genere più immediato esprimere che due forze di 120 kg_f e 380 kg_f sono state misurate con un errore relativo del 1.5% , piuttosto che non dire che una forza di 120 kg_f è stata misurata con un errore di 1.8 kg_f e una di 380 kg_f con un errore di 5.7 kg_f .

A questo punto, si può anche esprimere una definizione operativa della misurazione che rispecchia molto bene i problemi che si incontrano nella pratica: *la misura è un procedimento conoscitivo che tende ad avvicinarsi quanto più possibile alla realtà, riducendo al minimo possibile l'incertezza.*

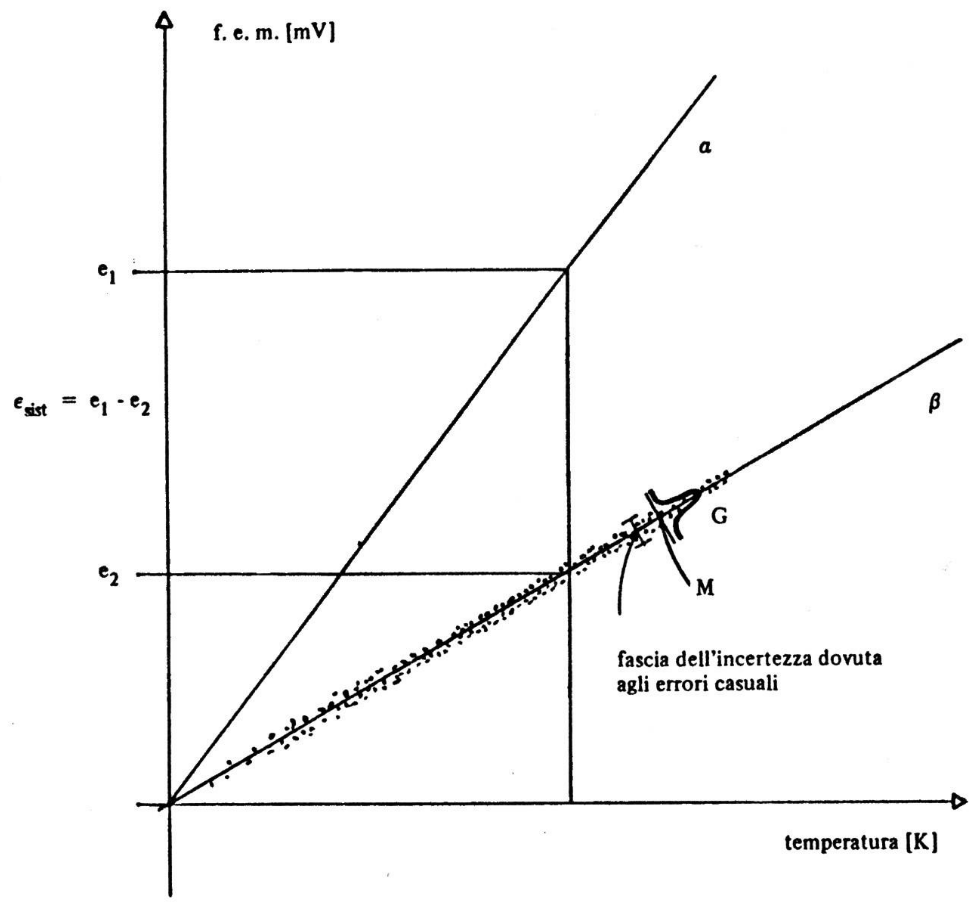
$$A = (a \pm \varepsilon_a) \cdot U \qquad \text{cercando di ottenere} \quad \varepsilon_a \rightarrow 0$$

Per affrontare in modo sistematico lo studio della precisione occorre fare riferimento a delle schematizzazioni. E' possibile distinguere subito gli errori in:

errori sistematici: tutti quegli errori per i quali *si riesce ad identificare una causa*.
errori casuali: tutti quegli errori per i quali ***non*** *si riesce ad identificare la causa*.

Un errore sistematico può dipendere da molti fattori: malfunzionamento dello strumento, cattive condizioni d'utilizzo, forti disturbi esterni che lo strumento non riesce a rigettare, strumento fuori calibrazione. Una volta messo in evidenza, un errore sistematico deve essere eliminato. Affinando i mezzi di indagine, un errore casuale può a volte divenire sistematico. Il confine tra le due categorie non è quindi sempre netto. In genere, se le condizioni di misura non variano, gli errori sistematici hanno la caratteristica di essere *polarizzati*, ovvero lo scarto $a_{misurato} - a_{vero} = \varepsilon_{bias}$ si presenta sempre con lo stesso segno (dalla stessa parte di a_v).
Non sempre l'errore sistematico può essere corretto solo mediante una taratura (ricalibrazione) dello strumento. Occorre anche dedicare la giusta attenzione alle modalità con le quali si eseguono le misure, in modo che lo strumento sia in grado di rigettare le *grandezze di influenza* esterne.

esempio: nella figura sotto, una termocoppia la cui giunzione è stata contaminata da agenti esterni risponde secondo la curva di graduazione β, meno inclinata rispetto a quella α di riferimento. La termocoppia in esame è affetta da un errore sistematico che, in questo caso, ne determina anche una perdita di sensibilità.



– **Significato di errore sistematico ed errore casuale. α termocoppia campione (strumento tipo) - β termocoppia della serie - M = valore medio - G = curva gaussiana che definisce l'ampiezza dell'intervallo $\pm\alpha$ (vedere oltre) - e_1, e_2 = ddp fornite per la medesima temperatura dalle due termocoppie.**

Figura 4.1

Identificati ed opportunamente eliminati tutti gli errori sistematici, rimane un *errore residuo* che può essere considerato la *somma di tutti gli errori casuali*. Per la valutazione di questo errore residuo (**incertezze**) si può procedere in due modi (secondo la **norma UNI CEI ENV 13005** "Guida all'espressione dell'incertezza di misura"):

metodo a priori: (per le **incertezze di tipo B**) con il quale si cerca di determinare il contributo delle varie cause di errore, una per una, incontrando però la difficoltà operativa di dover annullare (o almeno minimizzare) l'effetto di tutte quelle cause che non sono in esame al momento.

metodo a posteriori: (per le **incertezze di tipo A**) con il quale ci si disinteressa di indagare ed individuare le possibili cause di errore ma si effettua una *analisi statistica* su un insieme di *n* misure ottenute in condizioni il più possibile costanti.

Di seguito si presenta una piccola rivista di alcuni errori statici tra i più comuni, da tenere in considerazione quando ci si vuole cimentare con il metodo a priori.

errore di lettura: si presenta per gli strumenti analogici con indicatore ad ago o simili. E' dovuto al limitato *potere risolutivo dell'occhio* (1/1000 circa della distanza da cui si guarda), all'*incertezza di interpolazione* (per strumenti lineari un 10% della distanza tra le tacche, per strumenti non lineari anche di più), al *rumore meccanico di fondo* (movimenti spuri dell'indice), all'*errore di parallasse* (posizionamento dell'occhio non perpendicolare rispetto al quadrante)

$$\varepsilon_p = d\ tg\varphi$$

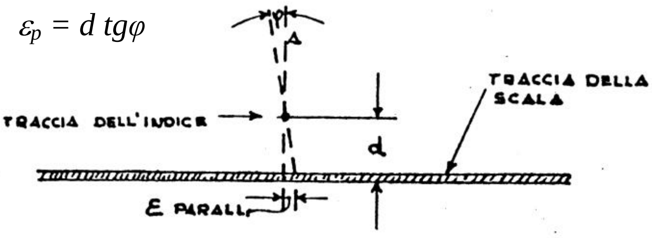
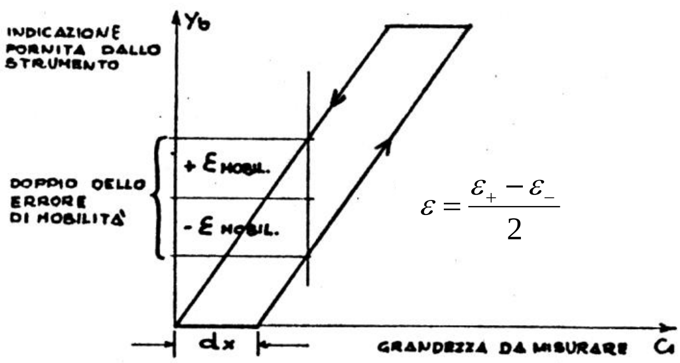


Figura 4.2

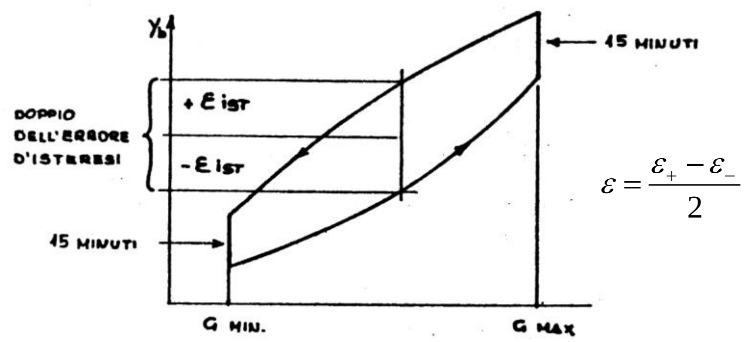
errore di mobilità: è dovuto ad *attriti* e *recupero dei giochi* nei movimenti delle parti meccaniche degli strumenti. Per strumenti non meccanici si parla di ***errore di soglia***.



$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{2}$$

Figura 4.3

errore di isteresi: è dovuto alla *elasticità* e *visco-elasticità* dei materiali che costituiscono le parti sotto sforzo degli strumenti.



$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{2}$$

Figura 4.4

errore di fedeltà: è dovuto a tutte le *grandezze d'influenza* esterne (temperatura, umidità, campi elettromagnetici, vibrazioni meccaniche, pressione atmosferica, sistemi di riferimento non inerziali ...). Quantifica l'insensibilità dello strumento ai disturbi esterni, deve essere valutato mediante più misure ripetute nel tempo, variando la posizione e le condizioni di utilizzo dello strumento, con la grandezza d'ingresso tenuta rigorosamente costante. Quando le misure sono ripetute in tempi brevi, magari senza spegnere o staccare lo strumento dal misurando, si parla di ***ripetibilità***. Quando la ripetizione delle misure è intesa in lunghi intervalli di tempo che possono comportare lo spegnimento e/o lo spostamento dello strumento, si parla di ***stabilità***.

errore di zero: è dovuto alla perdita di calibrazione dei componenti meccanici (molle di registrazione) o elettrici (trimmer) o all'invecchiamento dei componenti elettronici. In gergo misuristico, si dice che lo strumento "deriva". Questo errore prende il nome dal fenomeno nautico della deriva delle barche a vela. Il primo grave effetto della deriva è la perdita dello zero di riferimento, che non viene recuperato mai semplicemente *"resettando"* (spegnendo e riaccendendo) lo strumento.

errore di taratura o delle grandezze di riferimento: nelle normali condizioni di misura si è portati a ritenere che una buona taratura dello strumento risolva ogni problema e consenta di effettuare le misure senza ulteriori preoccupazioni. Spesso ciò è anche lecito ma, vi sono situazioni nelle quali bisogna tener presente che anche *l'operazione di taratura* comporta degli errori. Tali errori provengono sia *dalle incertezze esistenti sulle grandezze di riferimento A* (o sullo *strumento tipo y*) sia dagli *errori che si commettono nel tracciamento della scala tarata*.

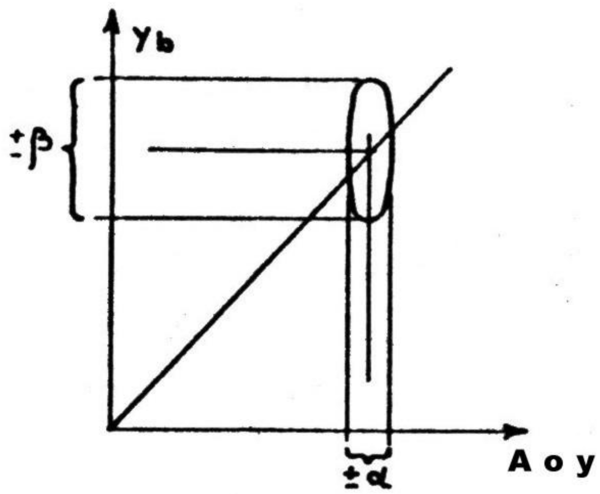


Figura 4.5

Se indichiamo con $\pm\alpha$ gli errori delle grandezze di riferimento e con $\pm\beta$ quelli dovuti al tracciamento della scala sullo strumento della serie, l'operazione di taratura dà luogo ad un'incertezza globale che può essere rappresentata con l'ellissoide della figura a lato.
Sarebbe possibile sommare algebricamente i due errori $\varepsilon_t = \alpha + \beta$ ma questa operazione darebbe luogo ad una sovrastima dell'incertezza di taratura (vedi seguito). Si preferisce invece sommare i due contributi in quadratura $\varepsilon_t = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$, questo evita anche possibili cancellazioni reciproche dovute ai segni discordi dei termini (vedi seguito).

In definitiva, con la taratura dello strumento della serie si ottiene: $\varepsilon_{TOT} = y - y_b \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

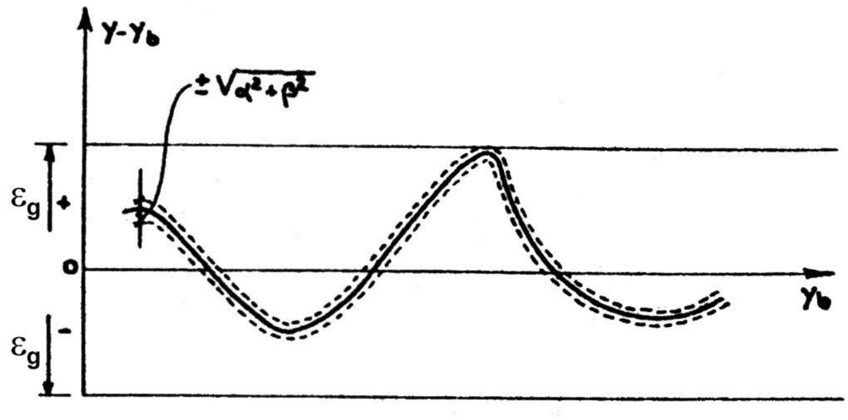


Figura 4.6

In quei casi in cui il costruttore abbia effettuato *un certo numero di tarature* per gli strumenti che mette in commercio e decida di estrapolare i risultati delle tarature eseguite a *tutti* gli strumenti dello stesso tipo, si parla talvolta di ***errore di giustezza***: come schematizzato nella figura sopra, esso rappresenta il massimo scostamento $\varepsilon_G = \left| y - y_b \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right|_{Max}$, compreso il contributo dell'errore di taratura, rilevato sull'intero campo di misura durante la taratura stessa. Si tratta in definitiva di un valore unico $\pm\,\varepsilon_G$ che rappresenta l'incertezza massima associata alla taratura dello strumento.

La somma (in quadratura) di tutti gli errori individuati definisce la ***classe di precisione*** di uno strumento:

classe di precisione: $\dfrac{\sqrt{\sum_i \varepsilon_i^2}}{portata \cdot massima}$ e si esprime quindi in % del Fondo Scala.

esempio: un dinamometro di classe 0.5 con portata massima 100 N, quando misura una forza di 100 N commette un *errore percentuale* dello 0.5 % , ovvero 0.5 N; ma anche quando misura un forza di 5 N commette un *errore assoluto* pari allo 0.5 % di 100 N, ovvero 0.5 N che ora risulta essere un errore percentuale di 0.5 N/5 N = 0.1 = 10 % .

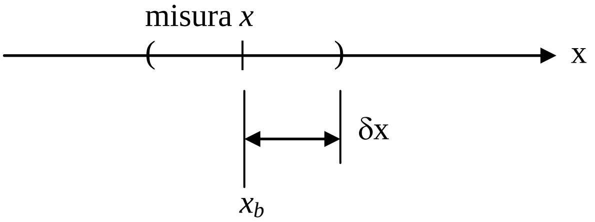
Si osservi bene che gli strumenti per i quali è dichiarata una classe di precisione dovrebbero essere utilizzati preferibilmente con ingressi vicini alla portata massima, pena un aumento consistente dell'errore percentuale.

Il ***metodo a posteriori*** affronta lo studio della precisione in modo concettualmente diverso dal ***metodo a priori*** e si disinteressa completamente di individuare ciascuna causa d'errore. Esso richiede però l'acquisizione di un numero *n* significativo di misure, tutte della stessa grandezza mantenuta rigorosamente costante. Si tratta in definitiva di un tipico approccio di *post-elaborazione*. Il punto di partenza è sempre lo stesso:

X $\longrightarrow$ STRUMENTO $\longrightarrow$ x la misura x di una grandezza fisica X

Un concetto fondamentale viene dato per scontato in partenza: il ***valore vero*** di X $\rightarrow$ X o x_v è *ignoto* e non può essere conosciuto !
Per conoscere il valore vero di una grandezza occorre infatti una *quantità infinita di informazione*, il che equivale a dire una *quantità infinita di misure*. La conoscenza esatta del valore vero non costituisce neppure l'obiettivo finale del metodo a posteriori.

Su di una ascissa orientata dove è rappresentata la misura x di X, si può cercare di determinare almeno un *"intorno di x"* dove potrebbe essere incluso il valore vero X .



in questo modo è possibile esprimere matematicamente la *zona di incertezza* con la semplice relazione $x = x_b \pm \delta x$ dove con x_b si è indicata la ***migliore rappresentazione*** (*x best*) del valore vero x_v e con δx si è indicato il ***parametro di larghezza*** della fascia di incertezza.
Per quantificare numericamente i parametri appena introdotti si deve necessariamente effettuare più di una misura: si acquisiscono quindi x_1 x_2 ... x_n dati che non devono essere affetti da *errori*

sistematici (strumento difettoso o fuori calibrazione), ma solo da *errori casuali* (piccoli errori di giudizio dell'osservatore, disturbi dello o sullo strumento, rumore elettrico o meccanico)

E' ragionevole scrivere: $x_b = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ la *migliore rappresentazione del valore vero* in base ai dati disponibili è il ***valore medio*** !

In analogia a quanto appena fatto per $x_b = \bar{x}$, viene ora esplorata la possibilità di quantificare il parametro di larghezza mediante il *valor medio delle deviazioni* o *scarti*:

$d_i = x_i - \bar{x}$ ***deviazione*** o ***scarto*** … in genere è piccolo ed è maggiore o minore di zero

ma $\bar{d} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\bar{x} = \bar{x} - \frac{1}{n} n \cdot \bar{x} = 0$ non è utile !

Riflettendo un attimo sul motivo fisico di questo risultato, ci si accorge che solo in apparenza esso è sorprendente infatti, la media delle deviazioni $\bar{d} = 0$ trova giustificazione nel fatto che gli scarti sono per definizione *mediamente equispaziati* intorno al valor medio $\bar{x}$. Diviene quindi necessario elaborare una nuova definizione per il parametro di larghezza capace di ovviare a questo inconveniente. Elevando al quadrato tutti gli scarti che compaiono dentro la sommatoria si ottiene lo ***scarto quadratico medio*** che elimina il problema dell'alternanza dei segni ma sovrastima il parametro di larghezza. Si estrae quindi la *radice dello scarto quadratico medio* e si ottiene:

$$\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} = \sigma_x$$

la ***deviazione standard*** !

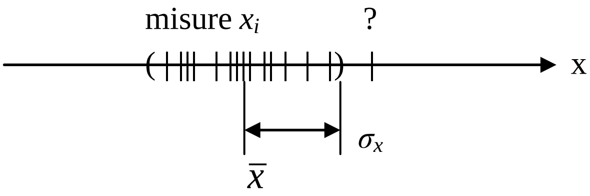
E' stato altresì osservato che, quando si hanno poche misure a disposizione (un piccolo ***campione di misure*** con $n \leq 10$), la σ_x appena definita *sottostima* l'ampiezza della fascia di incertezza. Nei casi in cui questo accade, tutt'altro che infrequenti, conviene utilizzare una σ_x *"migliorata"* :

$$\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} = \sigma_x$$

lo ***deviazione standard*** del campione !

per giustificare la modifica effettuata, si osservi che nel caso particolare di *n=1* la prima definizione avrebbe prodotto $\sigma_x = 0$, ovvero un'ampiezza della fascia di incertezza nulla. Ma questo risultato è concettualmente errato in quanto, con una sola misura, nulla si può dire della fascia di incertezza. La relazione "migliorata" produce invece $\sigma_x = 0/0$ e dice correttamente che non è possibile esprimere un parametro di larghezza con una sola misura ovvero, esso risulta *indeterminato.* E' evidente che la differenza del risultato prodotto dalle due relazioni và a diminuire man mano che aumenta il numero *n* delle misure a disposizione. Già per $n \geq 100$ la differenza tra le due definizione risulta praticamente trascurabile.

La deviazione standard, nelle due definizioni di sopra, quantifica efficacemente la larghezza della zona di incertezza attorno al valor medio.



$$x_i = x_{n+1} = \bar{x} \pm \sigma_x$$

Ci si ponga ora una domanda cruciale: esiste la garanzia che ogni misura x_i del campione, o anche ogni misura successiva x_{n+1}, cada sicuramente all'interno della zona di incertezza così individuata ? Purtroppo, la risposta alla domanda è che, arrivati a questo punto, non si dispone di alcuna giustificazione teorica o anche solo logica per affermare tale garanzia !
Occorre perciò stimare in qualche modo la *fiducia* che si ripone nella fascia di incertezza la cui ampiezza è determinata dalla deviazione standard. Per giungere ad una stima quantitativa soddisfacente bisogna affrontare un ragionamento articolato.

Note:

Figure 4.1; 4.2; 4.3; 4.4; 4.5; 4.6 courtesy of:
Branca F.P. – *Misure Meccaniche* – ed. ESA